Κεφάλαιο 2.

Συστήματα Αρίθμησης και Αναπαράσταση Πληροφορίας

Περιεχόμενα

Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό θα δούμε πώς αναπαριστούμε πληροφορίες στον υπολογιστή. Οι πληροφορίες αναπαρίστανται στο δυαδικό σύστημα. Θα εξετάσουμε το δυαδικό σύστημα, καθώς και το δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης, που δίνει ένα συμπαγή τρόπο αναπαράστασης, ενώ παράλληλα η μετατροπή από το σύτημα αυτό στο δυαδικό είναι άμεση. Επιπλέον, θα παρουσιάσουμε τον τρόπο εκτέλεση των πράξεων στα δύο αυτά συστήματα. Στη συνέχεια, να αναφερθούμε στον τρόπο αναπαράστασης αρνητικών καθώς και πραγματικών αριθμών, καθώς επίσης και μη αριθμητικών πληροφοριών (χαρακτήρων) στον υπολογιστή.

2.1 Αριθμητικά Συστήματα

Ένα αριθμητικό σύστημα αποτελείται από ένα σύνολο ψηφίων και κανόνες εκτέλεσης των πράξεων ανάμεσα στους αριθμούς με βάση τα ψηφία αυτά.

Βάση (base) ενός αριθμητικού συστήματος είναι ένας αριθμός b ο οποίος χαρακτηρίζει το σύστημα και ο οποίος έχει τις ακόλουθες ιδιότητες.

- οι πράξεις γίνονται με υπόλοιπο ως προς αυτό τον αριθμό
- το πλήθος των διαφορετικών ψηφίων του συστήματος είναι b

Τα πιο συχνά χρησιμοποιούμενα συστήματα είναι το δεκαδικό (με βάση το 10) το οποίο χρησιμοποιούμε στην καθημερινή ζωή, το δυαδικό (με βάση το 2), το οκταδικό (με βάση το 8) και το δεκαεξαδικό (με βάση το 16).

Η γνώση του δυαδικού συστήματος είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στην κατανόηση των αρχών λειτουργίας των υπολογιστικών συστημάτων, διότι η απεικόνιση της πληροφορίας και οι πράξεις στους υπολογιστές γίνονται στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης. Το δεκαεξαδικό σύστημα από την άλλη μεριά έχει το πλεονέκτημα ότι υπάρχει ένας εύκολος τρόπος μετατροπής των αριθμών από το δυαδικό στο δεκαεξαδικό σύστημα και αντίστροφα, ενώ το πλήθος των ψηφίων ενός αριθμού στο δεκαεξαδικό σύστημα είναι πολύ μικρότερο από το πλήθος των ψηφίων του ίδιου αριθμού στο δυαδικό σύστημα. Έτσι, στους υπολογιστές συχνά, αντί να αναφέρουμε τη δυαδική αναπαράσταση ενός αριθμού χρησιμοποιούμε για πρακτικούς λόγους τη δεκαεξαδική αναπαράσταση. Στον επόμενο πίνακα φαίνονται τα ψηφία τα οποία χρησιμοποιούνται σε κάθε ένα από τα συστήματα αυτά.

Δυαδικό σύστημα	**Οκταδικό σύστημα**	**Δεκαδικό σύστημα**	**Δεκαεξαδικό σύστημα**
0	**0**	**0**	**0**
1	**1**	**1**	**1**
	2	**2**	**2**
	3	**3**	**3**
	4	**4**	**4**
	5	**5**	**5**
	6	**6**	**6**
	7	**7**	**7**
		8	**8**
		9	**9**
			A
			B
			C
			D
			E
			F

Τα ψηφία A, B, C, D, E, F χρησιμοποιούνται στο δεκαεξαδικό σύστημα για να εκφράσουν τους αριθμούς 10, 11, 12, 13, 14, 15 για τους οποίους δεν υπάρχουν αντίστοιχα ψηφία στο δεκαδικό σύστημα.

Η γενική μορφή παράστασης ενός αριθμού σε ένα αριθμητικό σύστημα είναι η ακόλουθη:

$$N=a_{m-1}\, b^{m-1} + a_{m-2}\, b^{m-2} + \dots\ a_1\, b^1 + a_0\, b^0 + a_{-1}\, b^{-1} + a_{-2}\, b^{-2} + \dots\ a_{-n}\, b^{-n}$$

Τα ψηφία $a_{m-1}\, b^{m-1} + a_{m-2}\, b^{m-2} + \dots\ a_1\, b^1 + a_0\, b^0$ είναι το ακέραιο μέρος του αριθμού, ενώ τα $a_{-1}\, b^{-1} + a_{-2}\, b^{-2} + \dots\ a_{-n}\, b^{-n}$ είναι το κλασματικό του μέρος.

Ένας αριθμός X μπορεί να εκφραστεί σε οποιοδήποτε αριθμητικό σύστημα με βάση β, και συμβολίζουμε $(X)_\beta$. Έτσι, είναι δυνατό να επιβεβαιώσει κανείς ότι ο ίδιος αριθμός (28 στο δεκαδικό σύστημα) εκφράζεται στα συστήματα που αναφέρθηκαν, όπως φαίνεται στη συνέχεια.

$$(28)_{10}= 2x10^1 + 8x10^0$$

$$(28)_8 = 3\times8^1 + 4\times8^0 =(34)_8$$

$$(28)_{10}= 1x16^1 + 12x16^0 = (1C)_{16}$$

$$(28)_{10}= 1x2^4 + 1x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 0x2^0 = (11100)_2$$

Αντίστροφα, η ίδια ακολουθία ψηφίων μπορεί να συμβολίζει διαφορετικούς αριθμούς σε διαφορετικά συστήματα, για παράδειγμα,

$$(11)_{16}= 5x16^1 + 5x16^0= 80 + 5 = (85)_{10}$$
$$(11)_{10}= 1x10^1 + 1x10^0 = (11)_{10}$$
$$(11)_2 = 1x2^1 + 1x2^0= 2 + 1 = (3)_{10}$$

2.2 Μετατροπή αριθμών από ένα σύστημα αρίθμησης σε άλλο

Στην παράγραφο αυτή θα αναφερθούμε στις διαδικασίες μετατροπής ενός αριθμού από ένα σύστημα αρίθμησης σε κάποιο άλλο. Πιο συγκεκριμένα, θα παρουσιάσουμε τις διαδικασίες μετατροπής αριθμών από (α) το δυαδικό ή το δεκαεξαδικό στο δεκαδικό, (β) το δεκαδικό στο δυαδικό ή δεκαεξαδικό και (γ) το δυαδικό στο δεκαεξαδικό και αντίστροφα.

α. Μετατροπή από δυαδικό, οκταδικό ή δεκαεξαδικό σε δεκαδικό

Για να μετατρέψουμε έναν αριθμό από το δυαδικό ή το δεκαεξαδικό στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης υπολογίζουμε την τιμή της παράστασης

$$a_{m-1}\, b^{m-1} + a_{m-2}\, b^{m-2} + \dots\, a_1\, b^1 + a_0\, b^0$$

όπου με b συμβολίζουμε τη βάση του συστήματος, η οποία είναι το 2 ή το 16. Για παράδειγμα, για να μετατρέψουμε τον αριθμό $(11001)_2$ στο δεκαδικό σύστημα, υπολογίζουμε την τιμή της παράστασης

$$1x2^4+1x2^3+0x2^2+0x2^1+1x2^0=16+8+1=25$$

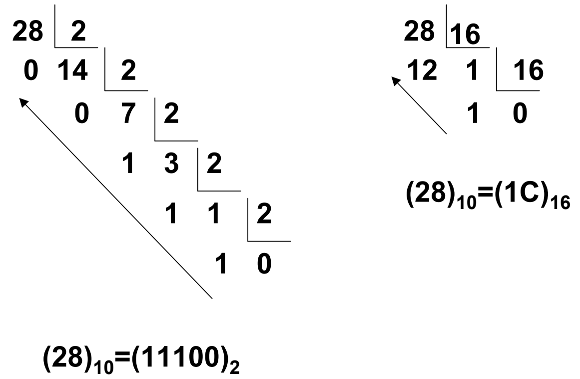
β. Μετατροπή από το δεκαδικό στο δυαδικό, οκταδικό ή το δεκαεξαδικό

Η μετατροπή αυτή γίνεται γενικά σε δυο φάσεις. Στην πρώτη φάση μετατρέπεται το ακέραιο μέρος του αριθμού, ενώ στη δεύτερη μετατρέπεται το κλασματικό μέρος. Στη συνέχεια θα αναφερθούμε μόνο στη μετατροπή του ακεραίου μέρους του αριθμού. Για την περιγραφή της διαδικασίας μετατροπής του κλασματικού μέρους, μπορεί κανείς να ανατρέξει στη βιβλιογραφία.

Μετατροπή ακεραίου μέρους

Για να μετατρέψουμε το ακέραιο μέρος του αριθμού, το διαιρούμε με τη βάση του συστήματος (2 ή 16) και παίρνουμε ένα υπόλοιπο (Υ) και ένα πηλίκο (Π). Το πηλίκο διαιρείται και πάλι με το β και παίρνουμε ένα νέο πηλίκο Π και υπόλοιπο Υ. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι το πηλίκο Π να γίνει 0. Η ζητούμενη αναπαράσταση είναι τα υπόλοιπα (Υ), με την αντίστροφη σειρά από εκείνη που τα βρήκαμε.

Για παράδειγμα, στο επόμενο Σχήμα φαίνεται η διαδικασία μετατροπής του αριθμού 28 στο δυαδικό και το δεκαεξαδικό σύστημα αντίστοιχα. Οι αναπαραστάσεις του δεκαδικού αριθμού 28 στα δύο συστήματα είναι $(11100)_2$ και $(1C)_{16}$.



Σχήμα 2.1: *Μετατροπή του αριθμού (28)10 στο δυαδικό και το δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης*

Μετατροπή κλασματικού μέρους

Για τη μετατροπή του κλασματικού μέρους ενός δεκαδικού αριθμού στο δυαδικό σύστημα εργαζόμαστε ως εξής: πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό επί δύο. Παίρνουμε το ακέραιο μέρος του αποτελέσματος και με το κλασματικό μέρος επαναλαμβάνουμε την προηγούμενη διαδικασία. Η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου βρούμε στο κλασματικό μέρος του αριθμού το 0, ή (αν αυτό δε γίνει) μέχρι να φτάσουμε στην επιθυμητή ακρίβεια (π.χ. 3 κλασματικά δυαδικά ψηφία). Για το αποτέλεσμα παίρνουμε τα ψηφία που βρήκαμε στο ακέραιο μέρος κάθε πράξης.

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο αριθμός $(0{,}375)_{10}$ στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης. Η διαδικασία φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

αριθμός	πολλαπλασιασμός επί 2	αποτέλεσμα	ακέραιο μέρος	κλασματικό μέρος
0,375	×2	0,75	0	0,75
0,75	×2	1,5	1	0,5
0,5	×2	1	1	0

Με βάση τον παραπάνω πίνακα, φτάσαμε σε αποτέλεσμα με κλασματικό μέρος 0. Επομένως η διαδικασία ολοκληρώθηκε, και το αποτέλεσμα είναι $(0{,}375)_{10} = (0{,}011)_2$.

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο αριθμός $(0{,}4276)_{10}$ στο δυαδικό σύστημα. Αν χρειαστεί, να γίνει στρογγυλοποίηση στο 5^o κλασματικό ψηφίο.

Η διαδικασία φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

αριθμός	πολλαπλασιασμός επί 2	αποτέλεσμα	ακέραιο μέρος	κλασματικό μέρος
0,4276	×2	0,8552	0	0,8552
0,8552	×2	1,7104	1	0,7104
0,7104	×2	1,4208	1	0,4208
0,4208	×2	0,8416	0	0,8416
0,8416	×2	1,6832	1	0,6832

Στο σημείο αυτό δεν έχουμε φτάσει σε αποτέλεσμα με 0 στο κλασματικό μέρος, επομένως προβαίνουμε σε στρογγυλοποίηση το αριθμού και μπορούμε να απαντήσουμε ότι $(0{,}4276)_{10} = (0{,}01101)_2$. Αξίζει να σημειωθεί ότι, στην πραγματικότητα, ο αριθμός που βρήκαμε είναι διαφορετικός από τον αρχικό. Πιο συγκεκριμένα, ο αριθμός που βρήκαμε είναι στο δεκαδικό σύστημα:

$$0\times2^{-1} + 1\times2^{-2} + 1\times2^{-3} + 0\times2^{-4} + 1\times2^{-5} = = 0{,}25 + 0{,}125 + 0{,}03125 = (0{,}40625)_{10}$$

Η διαφορά αυτή (από το 0,4276 στο 0,40625) οφείλεται στο λάθος στρογγυλοποίησης και είναι τόσο μικρότερη όσο πιο πολλά δυαδικά ψηφία χρησιμοποιήσουμε.

γ. Μετατροπή από δυαδικό σε δεκαεξαδικό και αντίστροφα

Υπάρχουν δύο τρόποι για να μετατρέψουμε έναν αριθμό από το δυαδικό στο δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης και αντίστροφα.

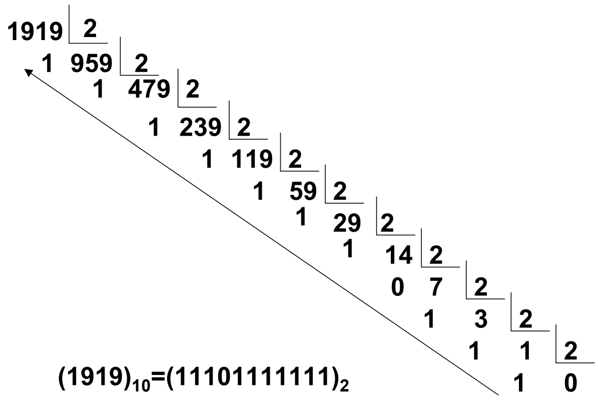
Ο πρώτος τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουμε ως ενδιάμεσο το δεκαδικό σύστημα. Στον τρόπο αυτό μετατρέπουμε από το ένα σύστημα στο δεκαδικό και στη συνέχεια από το δεκαδικό στο άλλο όπως περιγράψαμε προηγουμένως. Στο δεύτερο τρόπο μετατρέπουμε απευθείας από το ένα σύστημα στο άλλο. Οι δύο αυτοί τρόποι περιγράφονται στη συνέχεια.

Μετατροπή μέσω του δεκαδικού

Για να μετατρέψουμε το δεκαεξαδικό αριθμό 77F στο δυαδικό σύστημα μπορούμε να τον μετατρέψουμε πρώτα στο δεκαδικό αριθμό

$$7\text{x}16^2 + 7\text{x}16^1 + 15\text{x}16^0 = (1919)_{10}$$

Στη συνέχεια μετατρέπουμε το δεκαδικό αριθμό στον αντίστοιχο δυαδικό αριθμό όπως φαίνεται στη συνέχεια.



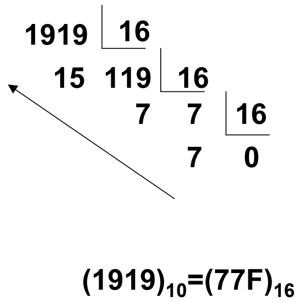
Σχήμα 1.2: *Μετατροπή του αριθμού $(1919)_{10}$ στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης*

Επομένως, η δυαδική παράσταση του αριθμού $(77F)_{16}$ είναι η $(11101111111)_2$.

Αντίστροφα, για τη δεκαεξαδική παράσταση του αριθμού $(11101111111)_2$ βρίσκουμε πρώτα τη δεκαδική αναπαράσταση που είναι

$$2^{10}+2^9+2^8+2^6+2^5+2^4+2^3+2^2+2^1+2^0=1919$$

Στη συνέχεια η μετατροπή στο δεκαεξαδικό σύστημα θα δώσει $(77B)_{16}$.



Σχήμα 1.3: *Μετατροπή του αριθμού $(1919)_{10}$ στο δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης*

Απευθείας μετατροπή

Η απευθείας μετατροπή αριθμών από το δυαδικό στο δεκαεξαδικό σύστημα και αντίστροφα στηρίζεται στο γεγονός ότι $16=2^4$, επομένως ένα ψηφίο στο δεκαεξαδικό σύστημα αντιστοιχεί σε τέσσερα ακριβώς ψηφία στο δυαδικό σύστημα. Με βάση την παρατήρηση αυτή μπορούμε να ακολουθήσουμε τη διαδικασία που περιγράφουμε στη συνέχεια.

Για την απευθείας μετατροπή ενός δεκαεξαδικού αριθμού στο δυαδικό σύστημα αντικαθιστούμε κάθε ψηφίο του αριθμού με ένα τετραψήφιο δυαδικό αριθμό σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα.

δεκαεξαδικό ψηφίο	δυαδικά ψηφία
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111

8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι ο δυαδικός αριθμός (π.χ. 1100) είναι η έκφραση του δεκαεξαδικού ψηφίου στο δυαδικό σύστημα (π.χ. C). Έτσι, για παράδειγμα, ο δεκαεξαδικός αριθμός 77F αντιστοιχεί στο δυαδικό αριθμό 0111 0111 1111 όπως φαίνεται στη συνέχεια.

7	**7**	**F**
0111	**0111**	**1111**

Αντίστροφα, για να μετατρέψουμε έναν αριθμό από το δυαδικό σύστημα στο δεκαεξαδικό, χωρίζουμε τα ψηφία του σε τετράδες προσθέτοντας, αν χρειαστεί, μηδενικά στην αρχή και στο τέλος του αριθμού (μετά την υποδιαστολή) και αντιστοιχούμε σε κάθε τετράδα το αντίστοιχο δεκαεξαδικό ψηφίο. Έτσι, ο δυαδικός αριθμός 1 1010 1101 αντιστοιχεί στο δεκαεξαδικό αριθμό 1AD όπως φαίνεται στη συνέχεια (με πλάγια γράμματα φαίνονται τα μηδενικά που προσθέσαμε στην αρχή του αριθμού προκειμένου να συμπληρωθούν τετράδες ψηφίων).

***000*1**	**1010**	**1101**
1	**A**	**D**

Μπορεί κανείς να διαπιστώσει ότι η απευθείας μετατροπή είναι πολύ πιο εύκολη και γρήγορη από ότι η μετατροπή χρησιμοποιώντας το δεκαδικό σύστημα.

Μετατροπή από το οκταδικό στο δυαδικό και αντίστροφα

Η μετατροπή αυτή μπορεί να γίνει μέσω του δεκαδικού ή απευθείας. Για την απευθείας μετατροπή αριθμών από το δυαδικό στο οκταδικό και αντίστροφα στηριζόμαστε στο γεγονός ότι, παρόμοια με το δεκαεξαδικό, σύστημα, ισχύει ότι $8=2^3$, επομένως ένα ψηφίο στο δεκαεξαδικό σύστημα αντιστοιχεί σε τρία ακριβώς ψηφία στο δυαδικό σύστημα. Με βάση την παρατήρηση αυτή μπορούμε να ακολουθήσουμε τη διαδικασία που περιγράφουμε στη συνέχεια.

Για την απευθείας μετατροπή ενός οκταδικού αριθμού στο δυαδικό σύστημα αντικαθιστούμε κάθε ψηφίο του αριθμού με ένα τριψήφιο δυαδικό αριθμό σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα.

δεκαεξαδικό ψηφίο	δυαδικά ψηφία
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι ο δυαδικός αριθμός (π.χ. 100) είναι η έκφραση του οκταδικού ψηφίου στο δυαδικό σύστημα (π.χ. 4). Έτσι, για παράδειγμα, ο οκταδικός αριθμός 773 αντιστοιχεί στο δυαδικό αριθμό 111 111 011 όπως φαίνεται στη συνέχεια.

7	**7**	**3**
111	**111**	**011**

Αντίστροφα, για να μετατρέψουμε έναν αριθμό από το δυαδικό σύστημα στο δεκαεξαδικό, χωρίζουμε τα ψηφία του σε τριάδες προσθέτοντας, αν χρειαστεί, μηδενικά στην αρχή και στο τέλος του αριθμού (μετά την υποδιαστολή) και αντιστοιχούμε σε κάθε τριάδα το αντίστοιχο οκταδικό ψηφίο. Έτσι, ο δυαδικός αριθμός 1 101 101 αντιστοιχεί στον οκταδικό αριθμό 155 όπως φαίνεται στη συνέχεια (με πλάγια γράμματα φαίνονται τα μηδενικά που προσθέσαμε στην αρχή του αριθμού προκειμένου να συμπληρωθούν τριάδες ψηφίων).

***00*1**	**101**	**101**
1	**5**	**5**

Μετατροπή από το δεκαεξαδικό στο οκταδικό σύστημα μέσω του δυαδικού

Για να μετατρέψουμε ένα αριθμό από το δεκαεξαδικό σύστημα στο οκταδικό μετατρέπουμε τον αριθμό στον αντίστοιχο δυαδικό και στη συνέχεια το δυαδικό αριθμό στο οκταδικό σύμφωνα με τα παραπάνω. Για παράδειγμα, η διαδικασία μετατροπής του δεκαεξαδικού αριθμού 3FA στο οκταδικό σύστημα, φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

3	**F**	**A**
0011	**1111**	**1010**

001	**111**	**111**	**010**
1	**7**	**7**	**2**

Επομένως, η οκταδική αναπαράσταση του δεκαεξαδικού αριθμού $(3FA)_{16}$ είναι ο οκταδικός αριθμός $(1772)_8$.

2.3 Πράξεις στο δυαδικό σύστημα

Στην παράγραφο αυτή θα περιγράψουμε τον τρόπο εκτέλεσης των τεσσάρων βασικών πράξεων (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση) στο δυαδικό σύστημα.

Το να γνωρίζουμε τον τρόπο εκτέλεσης των πράξεων στο δυαδικό σύστημα, θα μας βοηθήσει να καταλάβουμε τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η εκτέλεση των πράξεων στο υπολογιστικό σύστημα.

2.3.1 Πρόσθεση

Στην πρόσθεση ξεκινάμε από δεξιά και προσθέτουμε τα αντίστοιχα ψηφία των αριθμών, κάθε φορά προσθέτοντας το κρατούμενο που δημιουργείται στα υψηλότερης τάξης ψηφία.

Για την κατανόηση της εκτέλεσης της πρόσθεσης στο δυαδικό σύστημα θα μας βοηθήσει ο επόμενος πίνακας, που δίνει για τα δυνατά ζεύγη των προσθετέων ψηφίων (α, β) και του κρατουμένου (c_{in}) , το αποτέλεσμα (S) και το κρατούμενο προς την επόμενη βαθμίδα (c_{out}).

α	**β**	**c_{in}**	**s**	**c_{out}**
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Στο επόμενο Σχήμα φαίνεται η διαδικασία πρόσθεσης των αριθμών $(1110)_2$ και $(1010)_2$ που δίνει αποτέλεσμα $(11000)_2$. Η αντίστοιχη πρόσθεση στο δεκαδικό σύστημα δίνει αποτέλεσμα 14+10=24. Η διαδικασία της πρόσθεσης παρουσιάζεται από τα δεξιά προς τα αριστερά όπως δείχνει η αρίθμηση των βημάτων.

1 1 1 0	**1** 1 1 0	1 **1** 1 0	1 1 **1** 0	1 1 1 **0**
+ 1 0 1 0	+ **1** 0 1 0	+ 1 **0** 1 0	+ 1 0 **1** 0	+ 1 0 1 **0**
1 1 0 0 0	**1** 0 0 0	**0** 0 0	**0** 0	**0**
α=0	*α=1*	*α=1*	*α=1*	*α=0*
β=0	*β=0*	*β=0*	*β=1*	*β=0*
$c_{in}=1$	$c_{in}=1$	$c_{in}=1$	$c_{in}=0$	$c_{in}=0$
s=1	*s=0*	*s=0*	*s=0*	*s=0*
$c_{out}=0$	$c_{out}=1$	$c_{out}=1$	$c_{out}=1$	$c_{out}=0$
5	**4**	**3**	**2**	**1**

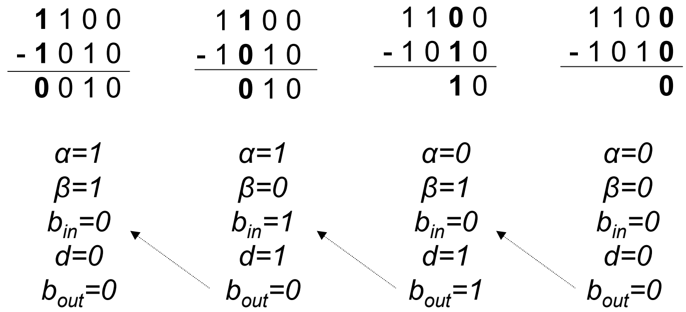
Σχήμα 1.4: *Πρόσθεση στο δυαδικό σύστημα*

2.3.2 Αφαίρεση

Στην αφαίρεση ξεκινάμε επίσης από δεξιά αφαιρώντας τα αντίστοιχα ψηφία των αριθμών. Σε κάθε βαθμίδα δημιουργείται ένα δανεικό (borrow) ψηφίο, το οποίο προστίθεται στο ψηφίο του αφαιρέτη της επόμενης βαθμίδας. Ο πίνακας που ακολουθεί δίνει για τα ζεύγη των ψηφίων του αφαιρέτη, του αφαιρετέου και του δανεικού, το αποτέλεσμα και το δανεικό προς την επόμενη βαθμίδα.

α	**β**	**b_{in}**	**s**	**b_{out}**
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Για παράδειγμα, η διαδικασία αφαίρεσης των αριθμών $(1100)_2$ και $(1010)_2$ φαίνεται στο επόμενο Σχήμα.



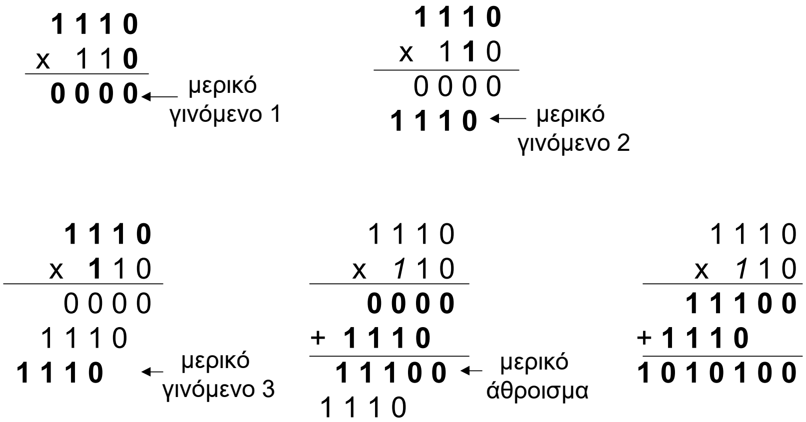
Σχήμα 1.5*: Αφαίρεση στο δυαδικό σύστημα*

Η αντίστοιχη αφαίρεση στο δεκαδικό σύστημα θα έδινε αποτέλεσμα 12-10=2.

2.3.3 Πολλαπλασιασμός

Ο πολλαπλασιασμός στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης γίνεται, όπως και στο δεκαδικό, με διαδοχικές προσθέσεις. Κάθε ψηφίο του πολλαπλασιαστή πολλαπλασιάζεται με όλα τα ψηφία του πολλαπλασιαστέου και σχηματίζει ένα μερικό γινόμενο. Κάθε μερικό γινόμενο γράφεται κάτω από το προηγούμενο ολισθημένο κατά μία θέση προς τα αριστερά. Στη συνέχεια, προσθέτουμε ανά δύο τα μερικά γινόμενα.

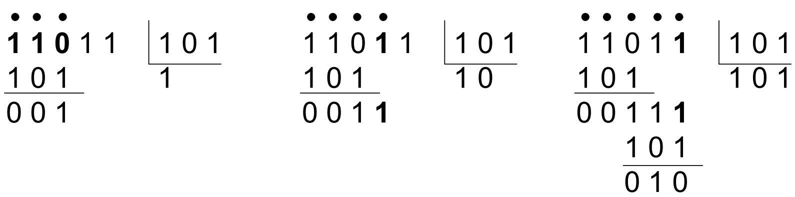
Στο επόμενο Σχήμα φαίνεται ο δυαδικός πολλαπλασιασμός των αριθμών $(1110)_2$ και $(110)_2$. Ο πολλαπλασιασμός στο δεκαδικό σύστημα θα έδινε $14x6=84=(1010100)_2$.



Σχήμα 1.6*: Πολλαπλασιασμός στο δυαδικό σύστημα*

2.3.4 Διαίρεση

Η διαίρεση στο δυαδικό σύστημα πραγματοποιείται με διαδοχικές αφαιρέσεις του διαιρέτη από το διαιρετέο. Στο επόμενο Σχήμα φαίνεται η διαδικασία διαίρεσης των αριθμών $(11011)_2$ δια $(101)_2$ που δίνει πηλίκο $(101)_2$ και υπόλοιπο $(10)_2$. Η αντίστοιχη πράξη στο δεκαδικό σύστημα (25 : 5) θα έδινε πηλίκο 5 και υπόλοιπο 2.



Σχήμα 1.7*: Διαίρεση στο δυαδικό σύστημα*

2.4 Πράξεις στο δεκαεξαδικό σύστημα

Η εκτέλεση των πράξεων στο δεκαεξαδικό σύστημα είναι πιο πολύπλοκη από ότι στο δυαδικό. Ο λόγος που μαθαίνουμε πράξεις στο σύστημα αυτό είναι ότι πολλές φορές χρησιμοποιούμε το δεκαεξαδικό σύστημα αντί του δυαδικού, επειδή το πλήθος των ψηφίων ενός αριθμού είναι πολύ μικρότερο από ότι στο δυαδικό σύστημα.

2.4.1 Πρόσθεση

Η πρόσθεση στο δεκαεξαδικό σύστημα γίνεται όπως στο δεκαδικό, ξεκινώντας από τα δεξιά και προσθέτοντας ανά δύο τα ψηφία, προσθέτοντας ακόμη το κρατούμενο της προηγούμενης βαθμίδας (αν υπάρχει).

Για να προσθέσουμε δύο ψηφία στο δεκαεξαδικό σύστημα υπολογίζουμε την αριθμητική τους τιμή (αν κάποιο από αυτά είναι μεταξύ του ‘A’ και του ‘F’), προσθέτουμε τις αριθμητικές τους τιμές και διαιρούμε το αποτέλεσμα με το 16. Το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι το ψηφίο του αποτελέσματος της άθροισης, ενώ το υπόλοιπο είναι το κρατούμενο προς την επόμενη βαθμίδα. Έτσι, η πρόσθεση 9 + 9 δίνει αποτέλεσμα $(18)_{10}$ επομένως δίνει αποτέλεσμα 2 (18 mod 16) και κρατούμενο 1 (18 div 16).

Για παράδειγμα, στο επόμενο Σχήμα φαίνεται η διαδικασία πρόσθεσης των αριθμών $(1AD9)_{16}$ και $(201D)_{16}$.

1 A D 9	1 **A** D 9	1 A **D** 9	1 A D **9**
+ **2** 0 1 D	+ 2 **0** 1 D	+ 2 0 **1** D	+ 2 0 1 **D**
3 A F 6	**A** F 6	**F** 6	**6**
$\alpha=1$	$\alpha=A$	$\alpha=D$	$\alpha=9$
$\beta=2$	$\beta=0$	$\beta=1$	$\beta=D$
$c_{in}=0$	$c_{in}=0$	$c_{in}=1$	$c_{in}=0$
$s=3$	$s=A$	$s=F$	$s=6$
$c_{out}=0$	$c_{out}=0$	$c_{out}=0$	$c_{out}=1$

Σχήμα 1.8*: Πρόσθεση στο δεκαεξαδικό σύστημα*

Η αντίστοιχη πράξη στο δεκαδικό σύστημα (6873 + 8221) δίνει αποτέλεσμα 15094 = $(3AF6)_{16}$.

2.4.2 Αφαίρεση

Η αφαίρεση στο δεκαεξαδικό σύστημα γίνεται όπως στο δεκαδικό, ξεκινώντας από τα αριστερά και αφαιρώντας το ψηφίο του αφαιρέτη από το ψηφίο του αφαιρετέου. Αν υπάρχει δανεικό από προηγούμενη βαθμίδα, προστίθεται στο ψηφίο του αφαιρέτη.

Στην περίπτωση που το ψηφίο του αφαιρέτη είναι μεγαλύτερο από το ψηφίο του αφαιρετέου, δε δανειζόμαστε από την επόμενη βαθμίδα 10 όπως στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης), αλλά 16 (που είναι η βάση του συστήματος).

Για παράδειγμα, η διαδικασία της αφαίρεσης των αριθμών $(41177)_{10}$= $(A0D9)_{16}$ και $(8733)_{10}$ =$(221D)_{16}$ που δίνει αποτέλεσμα $(32444)_{10}$= $(7EBC)_{16}$ φαίνεται στο επόμενο Σχήμα.