

Περιεχόμενα

Πρόλογος	vii
1 Στοιχεία Απειροστικού Λογισμού	1
1.1 Πραγματικοί Αριθμοί	1
1.1.1 Αξιοματική θεμελίωση των Πραγματικών Αριθμών	1
1.1.2 Θετικοί ακέραιοι, ακέραιοι και ρητοί αριθμοί	4
1.1.3 Τοπολογική δομή του \mathbb{R}	13
1.2 Συναρτήσεις	14
1.3 Παράγωγος	22
1.4 Εφαρμογές των παραγώγων	25
1.5 Αντίστροφες Συναρτήσεις	31
1.6 Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις	34
1.7 Υπερβολικά Ημίτονα και Συνημίτονα	37
1.8 Αντιπαραγωγήση	38
1.8.1 Παραγοντική Ολοκλήρωση	40
1.8.2 Ολοκλήρωση με Αντικατάσταση	42
1.8.3 Ολοκλήρωση Ρητών Συναρτήσεων	47
1.8.4 Υπολογισμός Ολοκληρωμάτων με μετασχηματισμούς	51
1.9 Κυρτές και Κοίλες Συναρτήσεις	59
1.10 Ακολουθίες Αριθμών	66
1.11 Ορισμένο Ολοκλήρωμα	76
1.11.1 Άθροισμα <i>Riemann</i> και αθροίσματα <i>Darboux</i>	76
1.11.2 Κριτήρια Ολοκληρωσιμότητας	78
1.11.3 Ιδιότητες του Ορισμένου Ολοκληρώματος	84
1.11.4 Θεωρήματα Μέσης Τιμής	91
1.11.5 Αντιπαράγωγος και Ορισμένο Ολοκλήρωμα	92
1.11.6 Η φόρμουλα του <i>Stirling</i>	99

1.12	Η Λογαριθμική και η Εκθετική Συνάρτηση	101
1.13	Εφαρμογές Ορισμένου Ολοκληρώματος	106
1.14	Γενικευμένα Ολοκληρώματα	109
1.14.1	Ολοκληρώματα σε μη φραγμένο χωρίο	109
1.14.2	Ολοκλήρωμα μη φραγμένης συνάρτησης	113
1.15	Άπειρες Σειρές	120
1.15.1	Σειρές Ακολουθιών	120
1.15.2	Ακολουθίες και σειρές συναρτήσεων	132
1.15.3	Σειρές <i>Taylor</i>	146
1.16	Σειρές <i>Fourier</i>	152
1.16.1	Ορθογώνια Σύνολα Συναρτήσεων	152
1.16.2	Τριγωνομετρικές Σειρές	156
1.16.3	Σύγκλιση της σειράς <i>Fourier</i>	160
1.16.4	Φαινόμενο <i>Gibbs</i>	177
1.17	Συναρτήσεις Δυο Μεταβλητών	182
1.17.1	Ακολουθίες στον \mathbb{R}^2	182
1.17.2	Όρια συναρτήσεων δυο μεταβλητών	183
1.17.3	Συνέχεια συναρτήσεων δυο μεταβλητών	184
1.17.4	Μερική παράγωγος	185
1.17.5	Διαφορικό και παράγωγος	185
1.17.6	Θεώρημα <i>Taylor</i>	186
1.17.7	Ακρότατα συναρτήσεων δυο μεταβλητών	187
1.17.8	Διπλά Ολοκληρώματα	188
2	Γραμμική Άλγεβρα	195
2.1	Εισαγωγικά	195
2.2	Στοιχειώδεις Μετασχηματισμοί Γραμμών σε Πίνακες	198
2.3	Γραμμικές Εξισώσεις	203
2.4	Άλγεβρα Πινάκων	207
2.4.1	Αντίστροφος Πίνακας	213
2.4.2	Στοιχειώδεις Πίνακες	215
2.5	Ορίζουσες και Αντίστροφοι Πίνακες	217
2.5.1	Προσαρτημένος και εφαρμογές	228
2.6	Ιδιοτιμές και Ιδιοδιανύσματα	230
2.7	Διαγωνοποίηση Πινάκων	233
3	Διαφορικές Εξισώσεις	241
3.1	ΣΔΕ πρώτης τάξης	241

3.1.1	Υπαρξη και μοναδικότητα λύσης	241
3.1.2	Γραμμικές ΣΔΕ Πρώτης Τάξης	247
3.1.3	Εξισώσεις <i>Bernoulli</i>	252
3.1.4	Διαφορικές Εξισώσεις <i>Riccati</i>	255
3.1.5	Διαφορικές Εξισώσεις Χωριζομένων Μεταβλητών	257
3.1.6	Ομογενείς Διαφορικές Εξισώσεις	259
3.1.7	Πλήρεις Διαφορικές Εξισώσεις	261
3.1.8	Ολοκληρωτικοί Παράγοντες	262
3.1.9	Λυμένα Παραδείγματα	263
3.2	ΣΔΕ Δεύτερης τάξης	267
3.2.1	Μέθοδος των Δυναμοσειρών	276
3.2.2	Μετασχηματισμός <i>Laplace</i> και Επίλυση ΣΔΕ	283
3.2.3	Συστήματα ΣΔΕ και μετασχηματισμός <i>Laplace</i>	289
3.3	Στοιχεία Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων	294
3.3.1	ΜΔΕ 1ης Τάξης	294
3.3.2	ΜΔΕ 2ης Τάξης	300
3.4	Ολοκληρωτικές Εξισώσεις	318
4	Στοιχεία Πιθανοτήτων και Στατιστικής	321
4.1	Θεωρία Πιθανοτήτων	321
4.1.1	Άλγεβρα, σ-Άλγεβρα και Πιθανότητα	322
4.1.2	Ανεξαρτησία	328
4.1.3	Τυχαίες Μεταβλητές	330
4.1.4	Από κοινού κατανομές	338
4.1.5	Μέση Τιμή	339
4.1.6	Fubini	343
4.1.7	Δεσμευμένη Μέση Τιμή	343
4.1.8	Οριακά Θεωρήματα	346
4.1.9	Χαρακτηριστικές Συναρτήσεις	349
4.1.10	Ο Νόμος των μεγάλων αριθμών	352
4.1.11	Λυμένες Ασκήσεις	354
4.2	Μαρκοβιανές Αλυσίδες	368
4.2.1	Εισαγωγή	368
4.2.2	Βασικοί ορισμοί και δυο σημαντικά θεωρήματα	369
4.2.3	Υπολογισμός m -οστής δύναμης του πίνακα A	373
4.2.4	Τυχαίος Περίπατος	379
4.2.5	Κατάταξη καταστάσεων Μαρκοβιανής Αλυσίδας	380

4.2.6	Χρόνος πρώτης εισόδου και πιθανότητες απορρόφησης	400
4.2.7	Στάσιμες κατανομές	407
4.2.8	Συνοπτικά περί εύρεσης οριακών πιθανοτήτων	422
4.2.9	Παραδείγματα και Ασκήσεις	423
4.3	Εισαγωγή στην Στατιστική	430
4.3.1	Περιγραφική Στατιστική	430
4.3.2	Εκτιμητική	433
4.3.3	Διαστήματα Εμπιστοσύνης	438
4.3.4	Έλεγχοι Στατιστικών Υποθέσεων	441